Script generated by TTT

Title: Seidl: Info2 (08.12.2017)

Date: Fri Dec 08 08:41:19 CET 2017

Duration: 82:17 min

Pages: 27

3.4 Polymorphe Funktionen

Das Ocaml-System inferiert folgende Typen für diese Funktionale:

```
map : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list
fold_left : ('a -> 'b -> 'a) -> 'a -> 'b list -> 'a
fold_right : ('a -> 'b -> 'b) -> 'a list -> 'b -> 'b
find_opt : ('a -> bool) -> 'a list -> 'a option
```

→ 'a und 'b sind Typvariablen. Sie können durch jeden Typ ersetzt (instanziiert) werden (aber an jedem Vorkommen durch den gleichen Typ).

→ Durch partielle Anwendung auf eine Funktion können die Typvariablen instanziiert werden:

```
# Char.chr;;
val : int -> char = <fun>
# map Char.chr;;
- : int list -> char list = <fun>

# fold_left (+);;
val it : int -> int list -> int = <fun>
```


→ Wenn man einem Funktional eine polymorphe Funktion als Argument gibt, ist das Ergebnis wieder polymorph:

```
# let cons_r xs x = x::xs;;
val cons_r : 'a list -> 'a -> 'a list = <fun>
# let rev l = fold_left cons_r [] l;;
val rev : 'a list -> 'a list = <fun>
# rev [1;2;3];;
- : int list = [3; 2; 1]
# rev [true;false;false];;
- : bool list = [false; false; true]
```

Ein paar der einfachsten polymorphen Funktionen:

```
let compose f g x = f (g x)
let twice f x = f (f x)
let iter f g x = if g x then x else iter f g (f x);;

val compose : ('a -> 'b) -> ('c -> 'a) -> 'c -> 'b = <fun>
val twice : ('a -> 'a) -> 'a -> 'a = <fun>
val iter : ('a -> 'a) -> ('a -> bool) -> 'a -> 'a = <fun>

# compose neg neg;;
- : bool -> bool = <fun>
# compose neg neg true;;
- : bool = true;;
# compose Char.chr plus2 65;;
- : char = 'C'
```


type ('a,'b) tree = ...

3.5 Polymorphe Datentypen

Man kann sich auch selbst poloymorphe Datentypen definieren:

```
type 'a tree = Leaf of 'a
             | Node of ('a tree * 'a tree)
```

→ `tree` heißt Typkonstruktor, weil er aus einem anderen Typ (seinem Parameter `'a`) einen neuen Typ erzeugt.

→ Auf der rechten Seite dürfen nur die Typvariablen vorkommen, die auf der linken Seite als Argument für den Typkonstruktor stehen.

→ Die Anwendung der Konstruktoren auf Daten instanziiert die Typvariable(n):

3.5 Polymorphe Datentypen

Man kann sich auch selbst poloymorphe Datentypen definieren:

```
type 'a tree = Leaf of 'a
             | Node of ('a tree * 'a tree)
```

→ `tree` heißt Typkonstruktor, weil er aus einem anderen Typ (seinem Parameter `'a`) einen neuen Typ erzeugt.

→ Auf der rechten Seite dürfen nur die Typvariablen vorkommen, die auf der linken Seite als Argument für den Typkonstruktor stehen.

→ Die Anwendung der Konstruktoren auf Daten instanziiert die Typvariable(n):


```
# Leaf 1;;
- : int tree = Leaf 1
# Node (Leaf ('a',true), Leaf ('b',false));;
- : (char * bool) tree = Node (Leaf ('a', true),
                               Leaf ('b', false))
```

Funktionen auf polymorphen Datentypen sind typischerweise wieder polymorph ...

```
let rec  size = function
       Leaf _     -> 1
    |  Node(t,t') -> size t + size t'

let rec flatten = function
       Leaf x     -> [x]
     | Node(t,t') -> flatten t @ flatten t'

let flatten1 t = let rec doit = function
                     (Leaf x, xs) -> x :: xs
              | (Node(t,t'), xs) -> let xs = doit (t',xs)
                                    in  doit (t,xs)
   in doit (t,[])
...
```



```
...
val size : 'a tree -> int = <fun>
val flatten : 'a tree -> 'a list = <fun>
val flatten1 : 'a tree -> 'a list = <fun>

# let t = Node(Node(Leaf 1,Leaf 5),Leaf 3);;
val t : int tree = Node (Node (Leaf 1, Leaf 5), Leaf 3)

# size t;;
- : int = 3
# flatten t;;
val : int list = [1;5;3]
# flatten1 t;;
val : int list = [1;5;3]
```


3.6 Anwendung: Queues

Gesucht:

Datenstruktur `'a queue`, die die folgenden Operationen unterstützt:

```
enqueue : 'a -> 'a queue -> 'a queue
dequeue : 'a queue  -> 'a option * 'a queue
is_empty : 'a queue -> bool
queue_of_list : 'a list -> 'a queue
list_of_queue : 'a queue -> 'a list
```


1. Idee

- Repräsentiere die Schlange als eine Liste:

  ```
  type 'a queue = 'a list
  ```

  Die Funktionen `is_empty`, `queue_of_list`, `list_of_queue` sind dann trivial.

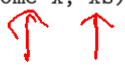
1. Idee

- Repräsentiere die Schlange als eine Liste:

```
type 'a queue = 'a list
```

  Die Funktionen `is_empty`, `queue_of_list`, `list_of_queue` sind dann trivial.
- Entnehmen heißt Zugreifen auf das erste Element der Liste:

```
let dequeue = function
      []    -> (None, [])
    | x::xs -> (Some x, xs)
```



1. Idee

- Repräsentiere die Schlange als eine Liste:

```
type 'a queue = 'a list
```

  Die Funktionen `is_empty`, `queue_of_list`, `list_of_queue` sind dann trivial.
- Entnehmen heißt Zugreifen auf das erste Element der Liste:

```
let dequeue = function
      []    -> (None, [])
    | x::xs -> (Some x, xs)
```

- Einfügen bedeutet hinten anhängen:

```
let enqueue x xs = xs @ [x]
```

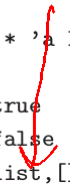

Diskussion

- Der Operator `@` konkateniert zwei Listen.
- Die Implementierung ist sehr einfach.
- Entnehmen ist sehr billig.
- Einfügen dagegen kostet so viele rekursive Aufrufe von `@` wie die Schlange lang ist.
- Geht das nicht besser ??

2. Idee

- Repräsentiere die Schlange als zwei Listen !!!

```
type 'a queue = Queue of 'a list * 'a list
let is_empty = function
                 Queue ([],[]) -> true
               | _             -> false
let queue_of_list list = Queue (list,[])
let list_of_queue = function
                 Queue (first,[])   -> first
               | Queue (first,last) ->
                        first @ List.rev last
```



- Die zweite Liste repräsentiert das Ende der Liste und ist deshalb in umgedrehter Anordnung ...

2. Idee (Fortsetzung)

- Einfügen erfolgt deshalb in der zweiten Liste:

```
let enqueue x (Queue (first,last)) =
              Queue (first, x::last)
```


2. Idee (Fortsetzung)

- Einfügen erfolgt deshalb in der zweiten Liste:

```
let enqueue x (Queue (first,last)) =
              Queue (first, x::last)
```

- Entnahme bezieht sich dagegen auf die erste Liste.

  Ist diese aber leer, wird auf die zweite zugegriffen ...

```
let dequeue = function
    Queue ([],last) -> (match List.rev last
                with [] -> (None, Queue ([],[]))
                | x::xs -> (Some x, Queue (xs,[])))
  | Queue (x::xs,last) -> (Some x, Queue (xs,last))
```


2. Idee

- Repräsentiere die Schlange als zwei Listen !!!

```
type 'a queue = Queue of 'a list * 'a list
let is_empty = function
               Queue ([],[]) -> true
             | _             -> false
let queue_of_list list = Queue (list,[])
let list_of_queue = function
               Queue (first,[])   -> first
             | Queue (first,last) ->
                     first @ List.rev last
```

- Die zweite Liste repräsentiert das Ende der Liste und ist deshalb in umgedrehter Anordnung ...

2. Idee (Fortsetzung)

- Einfügen erfolgt deshalb in der zweiten Liste:

```
let enqueue x (Queue (first,last)) =
              Queue (first, x::last)
```

- Entnahme bezieht sich dagegen auf die erste Liste.

  Ist diese aber leer, wird auf die zweite zugegriffen ...

```
let dequeue = function
    Queue ([],last) -> (match List.rev last
                with [] -> (None, Queue ([],[]))
                | x::xs -> (Some x, Queue (xs,[])))
  | Queue (x::xs,last) -> (Some x, Queue (xs,last))
```

Diskussion

- Jetzt ist Einfügen billig!
- Entnehmen dagegen kann so teuer sein, wie die Anzahl der Elemente in der zweiten Liste ...
- Gerechnet aber auf jede Einfügung, fallen nur konstante Zusatzkosten an !!!

$\Longrightarrow$ amortisierte Kostenanalyse

3.7 Namenlose Funktionen

Wie wir gesehen haben, sind Funktionen Daten. Daten, z.B. `[1;2;3]` können verwendet werden, ohne ihnen einen Namen zu geben. Das geht auch für Funktionen:

```
# fun x y z -> x+y+z;;
- : int -> int -> int -> int = <fun>
```

- `fun` leitet eine Abstraktion ein.
  Der Name kommt aus dem λ-Kalkül.
- `->` hat die Funktion von `=` in Funktionsdefinitionen.
- Rekursive Funktionen können so nicht definiert werden, denn ohne Namen kann eine Funktion nicht in ihrem Rumpf vorkommen.

- Um Pattern Matching zu benutzen, kann man `match ... with` für das entsprechende Argument einsetzen.
- Bei einem einzigen Argument bietet sich `function` an ...

```
# function None   -> 0
          | Some x -> x*x+1;;
- : int option -> int = <fun>
```


Namenlose Funktionen werden verwendet, wenn sie nur einmal im Programm vorkommen. Oft sind sie Argument für Funktionale:

```
# map (fun x -> x*x) [1;2;3];;
- : int list = [1; 4; 9]
```

Oft werden sie auch benutzt, um eine Funktion als Ergebnis zurückzuliefern:

```
# let make_undefined () = fun x -> None;;
val make_undefined : unit -> 'a -> 'b option = <fun>
# let def_one (x,y) = fun x' -> if x=x' then Some y
                      else None;;
val def_one : 'a * 'b -> 'a -> 'b option = <fun>
```

4 Größere Anwendung: Balancierte Bäume

Erinnerung: Sortiertes Array

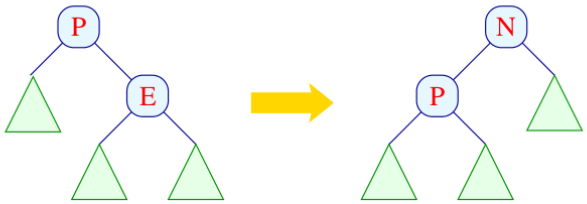
2	3	5	7	11	13	17

Gesucht

Datenstruktur `'a d`, die dynamisch eine Folge von Elementen sortiert hält, d.h. die die Operationen unterstützt:

```
insert :       'a -> 'a d -> 'a d
delete :       'a -> 'a d -> 'a d
extract_min :        'a d -> 'a option * 'a d
extract_max :        'a d -> 'a option * 'a d
extract : 'a * 'a -> 'a d -> 'a list * 'a d
list_of_d :          'a d -> 'a list
d_of_list :       'a list -> 'a d
```


`rotateLeft`



5.1 Ausnahmen (Exceptions)

Bei einem Laufzeit-Fehler, z.B. Division durch Null, erzeugt das Ocaml-System eine exception (Ausnahme):

```
# 1 / 0;;
Exception: Division_by_zero.
# List.tl (List.tl [1]);;
Exception: Failure "tl".
# Char.chr 300;;
Exception: Invalid_argument "Char.chr".
```

Hier werden die Ausnahmen `Division_by_zero`, `Failure ¨tl¨` bzw. `Invalid_argument ¨Char.chr¨` erzeugt.