

## Script generated by TTT

Title: Seidl: Info2 (20.10.2017)

Date: Fri Oct 20 09:02:27 CEST 2017

Duration: 62:45 min

Pages: 31

## 1 Korrektheit von Programmen

- Programmierer machen Fehler **!?**
- Programmierfehler können **teuer** sein, z.B. wenn eine Rakete explodiert, ein firmenwichtiges System für **Stunden** ausfällt ...
- In einigen Systemen dürfen **keine** Fehler vorkommen, z.B. Steuerungssoftware für Flugzeuge, Signalanlagen für Züge, Airbags in Autos ...

### Problem

Wie können wir sicherstellen, dass ein Programm das **richtige** tut?

## Bei Fragen und Problemen ...

- ... kommen Sie in die Sprechstunde
- oder wenden Sie sich direkt an die Übungsleitung ([info2@in.tum.de](mailto:info2@in.tum.de))

## Ansätze

- Sorgfältiges Vorgehen bei der Software-Entwicklung;
- Systematisches Testen
  - ⇒ formales Vorgehensmodell (**Software Engineering**)
- Beweis der Korrektheit
  - ⇒ **Verifikation**

## Ansätze

- Sorgfältiges Vorgehen bei der Software-Entwicklung;
- Systematisches Testen
  - ⇒ formales Vorgehensmodell (**Software Engineering**)
- Beweis der Korrektheit
  - ⇒ **Verifikation**

Hilfsmittel:           Zusicherungen

17

## Kommentare

- Die statische Methode `assert()` erwartet ein Boolesches Argument.
- Bei normaler Programm-Ausführung wird jeder Aufruf `assert(e)`; ignoriert **!?**
- Starten wir **Java** mit der Option: `-ea` (**enable assertions**), werden die `assert`-Aufrufe ausgewertet:
  - ⇒ Liefert ein Argument-Ausdruck `true`, fährt die Programm-Ausführung fort.
  - ⇒ Liefert ein Argument-Ausdruck `false`, wird ein **Fehler** `AssertionError` geworfen.

19

## Beispiel

```
public class GGT {
    public static void main (String[] args) {
        int x, y, a, b;
        a = read(); b = read();
        x = a; y = b;
        while (x != y)
            if (x > y) x = x - y;
            else      y = y - x;

        assert(x == y);

        write(x);
    } // Ende der Definition von main();
} // Ende der Definition der Klasse GGT;
```

18

## Achtung

Der Laufzeit-Test soll eine **Eigenschaft** des Programm-Zustands bei Erreichen eines Programm-Punkts überprüfen.

Der Test sollte **keineswegs** den Programm-Zustand verändern **!!!**

Sonst zeigt das beobachtete System ein anderes Verhalten als das unbeobachtete **???**

20

## Achtung

Der Laufzeit-Test soll eine **Eigenschaft** des Programm-Zustands bei Erreichen eines Programm-Punkts überprüfen.

Der Test sollte **keineswegs** den Programm-Zustand verändern !!!

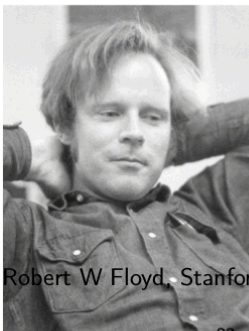
Sonst zeigt das beobachtete System ein anderes Verhalten als das unbeobachtete ???

## Tipp

Um Eigenschaften komplizierterer Datenstrukturen zu überprüfen, empfiehlt es sich, getrennt **Inspector**-Klassen anzulegen, deren Objekte eine Datenstruktur **störungsfrei** besichtigen können !

21

## 1.1 Verifikation von Programmen



Robert W Floyd, Stanford U. (1936 – 2001)

23

## Problem

- Es gibt i.a. sehr viele Programm-Ausführungen ...
- Einhalten der Zusicherungen kann das **Java**-Laufzeit-System immer nur für eine Program-Ausführung überprüfen.



Wir benötigen eine generelle Methode, um das Einhalten einer Zusicherung zu **garantieren** ...

22

## Vereinfachung

Wir betrachten erst mal nur **MiniJava**:

- nur eine Methode, nämlich **main**;
- nur **int** Variablen;
- nur **if** und **while**.

24

## Vereinfachung

Wir betrachten erst mal nur **MiniJava**:

- nur eine Methode, nämlich **main**;
- nur **int** Variablen;
- nur **if** und **while**.

24

## Vereinfachung

Wir betrachten erst mal nur **MiniJava**:

- nur eine Methode, nämlich **main**;
- nur **int** Variablen;
- nur **if** und **while**.

$\text{assert } (x == 5);$   
 $x = x + 1;$   
 $\text{assert } (x == 0);$

## Idee

- Wir schreiben eine Zusicherung an **jeden** Programmpunkt !
- Wir argumentieren, dass **lokal** an jedem Programmpunkt, dass die Zusicherungen eingehalten werden ...

25

## Vereinfachung

Wir betrachten erst mal nur **MiniJava**:

- nur eine Methode, nämlich **main**;
- nur **int** Variablen;
- nur **if** und **while**.

## Idee

- Wir schreiben eine **Formel** an **jeden** Programmpunkt !
- Wir **beweisen**, dass **lokal** an jedem Programmpunkt, dass die Zusicherungen eingehalten werden  $\implies$  **Logik**

26

## Exkurs: Logik

**Aussagen:** "Alle Menschen sind sterblich",  
"Sokrates ist ein Mensch", "Sokrates ist sterblich"

27

## Exkurs: Logik

**Aussagen:** "Alle Menschen sind sterblich",  
"Sokrates ist ein Mensch", "Sokrates ist sterblich"

$\forall x. \text{Mensch}(x) \Rightarrow \text{sterblich}(x)$   
 $\text{Mensch}(\text{Sokrates}), \text{sterblich}(\text{Sokrates})$

28

## Exkurs: Logik

**Aussagen:** "Alle Menschen sind sterblich",  
"Sokrates ist ein Mensch", "Sokrates ist sterblich"

$\forall x. \text{Mensch}(x) \Rightarrow \text{sterblich}(x)$   
 $\text{Mensch}(\text{Sokrates}), \text{sterblich}(\text{Sokrates})$

28

## Exkurs: Logik

**Aussagen:** "Alle Menschen sind sterblich",  
"Sokrates ist ein Mensch", "Sokrates ist sterblich"

$\forall x. \text{Mensch}(x) \Rightarrow \text{sterblich}(x)$   
 $\text{Mensch}(\text{Sokrates}), \text{sterblich}(\text{Sokrates})$

**Schließen:** Falls  $\forall x. P(x)$  gilt, dann auch  $P(a)$  für ein konkretes  $a$  !  
Falls  $A \Rightarrow B$  und  $A$  gilt, dann muss auch  $B$  gelten !

29

## Exkurs: Logik

**Aussagen:** "Alle Menschen sind sterblich",  
"Sokrates ist ein Mensch", "Sokrates ist sterblich"

$\forall x. \text{Mensch}(x) \Rightarrow \text{sterblich}(x)$   
 $\text{Mensch}(\text{Sokrates}), \text{sterblich}(\text{Sokrates})$

**Schließen:** Falls  $\forall x. P(x)$  gilt, dann auch  $P(a)$  für ein konkretes  $a$  !  
Falls  $A \Rightarrow B$  und  $A$  gilt, dann muss auch  $B$  gelten !

**Tautologien:**  $A \vee \neg A$   
 $\forall x \in \mathbb{Z}. x < 0 \vee x = 0 \vee x > 0$

30

## Exkurs: Logik (Forts.)

Gesetze:  $\neg\neg A \equiv A$

$A \wedge A \equiv A$

$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$  ←

$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$  ←

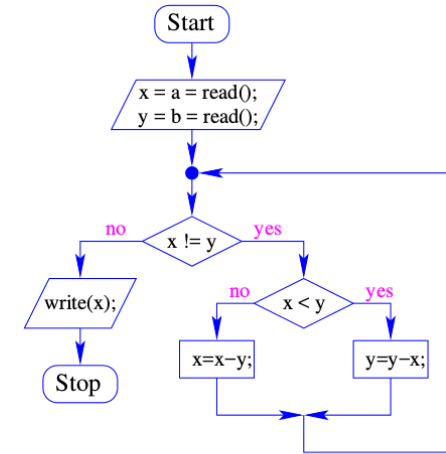
$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$  ←

$A \vee (B \wedge A) \equiv A$  ←

$A \wedge (B \vee A) \equiv A$  ←

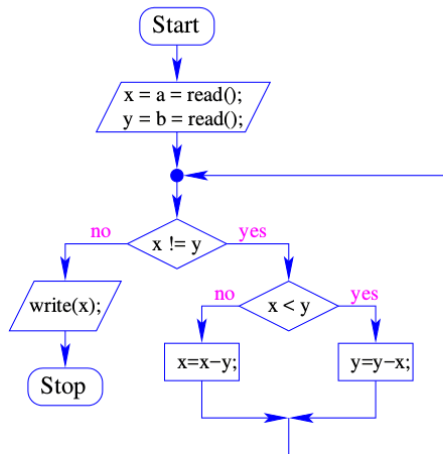
31

## Unser Beispiel



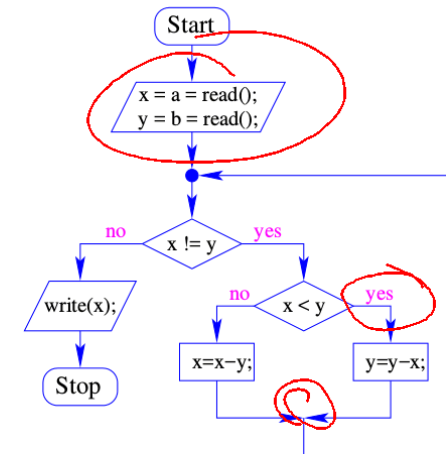
32

## Unser Beispiel



32

## Unser Beispiel



32

## Diskussion

- Die Programmpunkte entsprechen den **Kanten** im Kontrollfluss-Diagramm !
- Wir benötigen eine Zusicherung pro Kante ...

## Hintergrund

$d \mid x$  gilt genau dann wenn  $x = d \cdot z$  für eine ganze Zahl  $z$ .

Für ganze Zahlen  $x, y$  sei  $ggT(x, y) = 0$ , falls  $x = y = 0$  und andernfalls die größte ganze Zahl  $d$ , die  $x$  und  $y$  teilt.

Dann gelten unter anderem die folgenden Gesetze:

33

## Idee für das Beispiel

- Am Anfang gilt nix.
- Nach `a=read(); x=a;` gilt  $a = x$ .
- Vor Betreten und während der Schleife soll gelten:

$$A \equiv ggT(a, b) = ggT(x, y)$$

- Am Programm-Ende soll gelten:

$$B \equiv A \wedge x = y$$

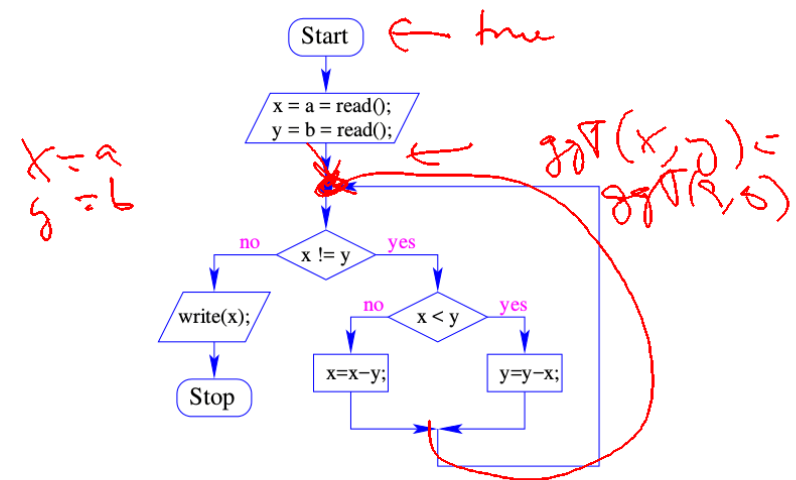
35

$$\begin{aligned} ggT(x, 0) &= |x| & d \cdot z_1 &= x \\ ggT(x, x) &= |x| & d \cdot z_2 &= y \\ ggT(x, y) &= ggT(x, y-x) \\ ggT(x, y) &= ggT(x-y, y) \end{aligned}$$

$$d \cdot (z_1 - z_2) = x - y$$

34

## Unser Beispiel



32

## Idee für das Beispiel

- Am Anfang gilt nix.
- Nach `a=read(); x=a;` gilt  $a = x$ .
- Vor Betreten und während der Schleife soll gelten:

$$A \equiv \text{ggT}(a, b) = \text{ggT}(x, y)$$

- Am Programm-Ende soll gelten:

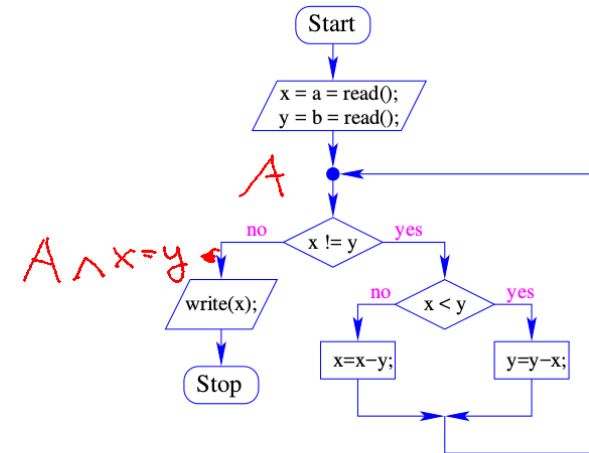
$$B \equiv A \wedge x = y$$

35

$$\begin{aligned} \text{ggT}(x, 0) &= |x| \\ \text{ggT}(x, x) &= |x| \\ \text{ggT}(x, y) &= \text{ggT}(x, y - x) \\ \text{ggT}(x, y) &= \text{ggT}(x - y, y) \end{aligned}$$

34

## Unser Beispiel



32

## Frage

Wie beweisen wir, dass Zusicherungen lokal zusammen passen?

## Teilproblem 1: Zuweisungen

Betrachte z.B. die Zuweisung: `x = y+z;`

Damit **nach** der Zuweisung gilt: `x > 0,` // **Nachbedingung**

muss **vor** der Zuweisung gelten: `y + z > 0.` // **Vorbedingung**

37