Script **generated by TTT**

Title: Grundlagen_Betriebssysteme (07.11.2012)

Date: Wed Nov 07 13:18:08 CET 2012

Duration: 43:46 min

Pages: 13

Petri-Netze

Im folgenden werden **Petri-Netze** vorgestellt, die eine graphen-orientierte Beschreibung verteilter Systeme und deren Abläufen ermöglicht.

Markierung und Schaltregeln

Zur Erfassung des dynamischen Verhaltens erweitern wir die Definition eines Petri-Netzes zunächst um Markierungen und geben dann die Schaltregeln an.

Ein Petri-Netz ist ein Tripel (S, T, F) mit

- S ist eine endliche Menge von ***Stellen*** (engl. place)
- T ist eine endliche Menge von ***Transitionen*** (engl. transition) und es gilt: $S \cap T = \emptyset$ d.h. Stellen und Transitionen sind disjunkt.
- F ist die ***Flussrelation*** mit $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$
- Für einen Knoten $x \in (S \cup T)$ gilt:
  - $\cdot x = \{y \mid y\ F\ x\}$ den Vorbereich von x
  - $x \cdot = \{y \mid x\ F\ y\}$ den Nachbereich von x

Mit obiger Definition ist die statische Struktur eines Netzes formal erfasst.

Für das Beispiel Materialverwaltung gilt beispielsweise:

$\cdot$Bestellaufnahme = {Bestellung}

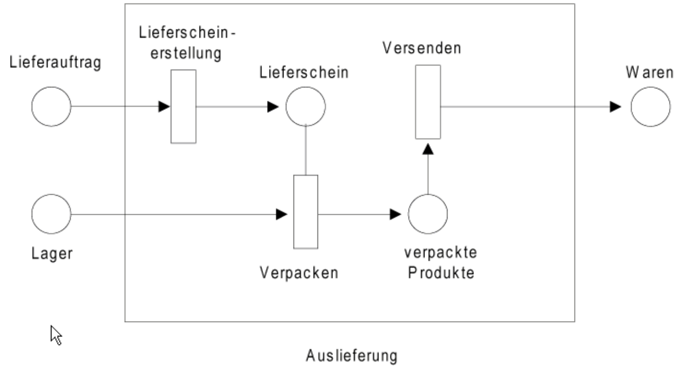
Bestellaufnahme$\cdot$ = {Produktionsauftrag, Lieferauftrag}

Verfeinerung

Netzstrukturen können schrittweise verfeinert, konkretisiert werden.

Beispiel

Verfeinerung der Materialverwaltung: z.B. der Komponente Auslieferung. Anhand des Lieferauftrages wird der Lieferschein geschrieben, der zusammen mit dem Produkt verpackt und versandt wird.



Petri-Netze

Im folgenden werden **Petri-Netze** vorgestellt, die eine graphen-orientierte Beschreibung verteilter Systeme und deren Abläufen ermöglicht.

Markierung und Schaltregeln

Zur Erfassung des dynamischen Verhaltens erweitern wir die Definition eines Petri-Netzes zunächst um Markierungen und geben dann die Schaltregeln an.

Markierung

Gegeben sei ein Petri-Netz (S, T, F).

Eine Abbildung c: $S \rightarrow IN \cup \{\infty\}$ gibt die ***Kapazität*** einer Stelle an.

Eine Abbildung w: $F \rightarrow IN \cup \{0\}$ gibt die ***Gewichtung*** einer Kante an. Gewichtung 1, falls keine explizite Markierung.

Eine Abbildung M: $S \rightarrow IN$ heißt natürlichzahlige ***Markierung*** der Stellen. Die Markierung beschreibt einen ***Zustand*** des Netzes.

Es muss gelten: $\forall\ s \in S$: $M(s) \leq c(s)$

Ein solches Netz heißt ***Stellen-Transitionsnetz***

Falls gilt M: $S \rightarrow IB$, mit $IB = \{0, 1\}$, dann heißt das Netz: ***Bedingungs/Ereignisnetz*** oder Boolesches Netz.

Das Verhalten eines Netzes wird durch Schaltvorgänge beschrieben. Gegeben sei ein Petri-Netz (S, T, F), die Funktionen c, w und eine Anfangsmarkierung M0.

Ein Zustandsübergang erfolgt durch das Schalten von Transitionen, wobei gilt: Eine Transition $t \in T$ ***kann schalten*** (ist transitionsbereit), wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

Für alle $s \in \cdot t$ gilt: $M(s) \geq w((s,t))$

Für alle $s \in t\cdot$ gilt: $M(s) \leq c(s) - w((t,s))$

Durch das Schalten von t wird eine Folgemarkierung M' zu M erzeugt, mit

Für alle $s \in \cdot t \setminus t\cdot$ gilt: $M'(s) = M(s) - w((s,t))$

Für alle $s' \in t\cdot \setminus \cdot t$ gilt: $M'(s') = M(s') + w((t,s'))$

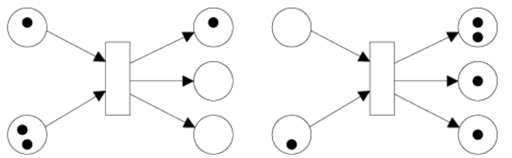
Für alle $s'' \in (\cdot t \cap t\cdot)$ gilt: $M'(s'') = M(s'') - w((s'',t)) + w((t,s''))$

Sonst: $M'(s) = M(s)$

Schalten benötigt keine Zeit.

Gegeben sei eine Kantengewichtungsfunktion w, die jede Kante mit 1 gewichtet, also

w: $F \rightarrow 1$



vor dem Schalten nach dem Schalten

Petrinetze
Teacher

reset play pause step step teacher

Petri-Netze

Im folgenden werden Petri-Netze vorgestellt, die eine graphen-orientierte Beschreibung verteilter Systeme und deren Abläufen ermöglicht.

Allgemeines

Definition: Petri-Netz

Markierung und Schaltregeln

Zur Erfassung des dynamischen Verhaltens erweitern wir die Definition eines Petri-Netzes zunächst um Markierungen und geben dann die Schaltregeln an.

Markierung

Schaltregeln

Animation Petrinetz

Nebenläufigkeit

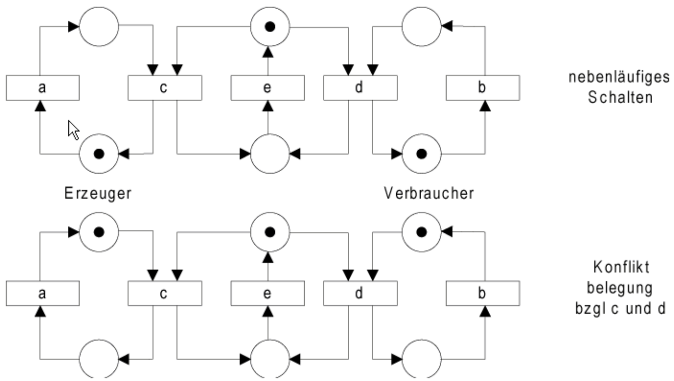
Eigenschaften von Netzen

Nichtdeterminismus

Zwei Transitionen t1 und t2 sind ***im Konflikt***, wenn sie gemeinsame Eingangs- und Ausgangsstellen besitzen, die so markiert sind, dass nur eine von beidem Transitionen schalten kann. Es erfolgt eine ***nichtdeterministische*** Auswahl.

Beispiel

Erzeuger/Verbraucher mit Konfliktbelegung. Nach dem nebenläufigen Schalten der Transitionen a und b des Netzes (siehe Situation oben) ergibt sich eine Konfliktbelegung (siehe Situation unten), in der nur entweder die Transition c oder die Transition d schalten kann.



Eigenschaften von Netzen

Ausgehend von einer Anfangsmarkierung können Eigenschaften wie Erreichbarkeit und Lebendigkeit eines Netzes bestimmt werden.

Erreichbarkeit

Lebendigkeitseigenschaften

Weitere Eigenschaften

Weitere interessante Eigenschaften - nur ganz informell - sind

Fairness

Gegeben sei ein Netz N mit Anfangsmarkierung M. Das Netz ist ***unfair*** für eine Transition t, wenn es eine unendliche Sequenz gibt, in der t nur endlich oft auftritt, obwohl t unendlich oft transitionsbereit ist.

Verhungern

t verhungert (engl. Starvation): Es gibt eine unendliche Sequenz, in der die Transition t ***niemals*** auftritt.

Häufig ist man an der Frage interessiert, ob das Netz ausgehend von einer Markierung M irgendwann eine Folgemarkierung M' erreicht. Das ist die Frage der ***Erreichbarkeit*** von Zuständen.

Erreichbare Markierung

Gegeben sei ein Petri-Netz (S, T, F) mit der Markierung M. Eine endliche Sequenz ρ = t1, t2, ..., tn mit $t_i \in T$ heißt von M aktivierte endliche Schaltfolge, wenn Markierungen M1, M2, ..., Mn existieren mit

$$M \xrightarrow{t1} M1 \xrightarrow{t2} M2 \cdots \xrightarrow{tn} Mn \qquad \text{d.h. } M \xrightarrow{\rho} Mn$$

M' ist von M ***erreichbar*** , wenn es eine Sequenz ρ gibt, die von M in den Endzustand M' führt.

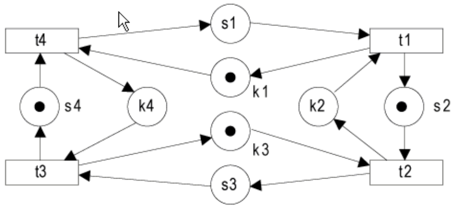
Beispiel: Bahnnetz

Beispiel: Bahnnetz

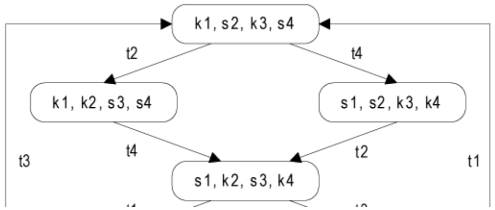
Vier Städte sind durch Bahngleise, die nur in einer Richtung befahrbar sind, im Kreis verbunden. Zwei Züge fahren auf der Strecke.

Aufgabe : Das System ist so zu konstruieren, dass sich niemals beide Züge auf derselben Strecke befinden.

Lösung : Die Strecken werden mit Stellen s1, ... , s4 modelliert. Eine Marke auf der Stelle s_i bedeutet, dass ein Zug auf der i-ten Strecke fährt. Durch die zusätzlichen Kontrollstellen k1, .. , k4 soll garantiert werden, dass in keiner erreichbaren Markierung mehr als eine Marke auf einer der Stellen s_i liegt. k_i kontrolliert den Zugang zur Strecke s_i (Stelle).



Bahnnetz



Erreichbarkeitsgraph