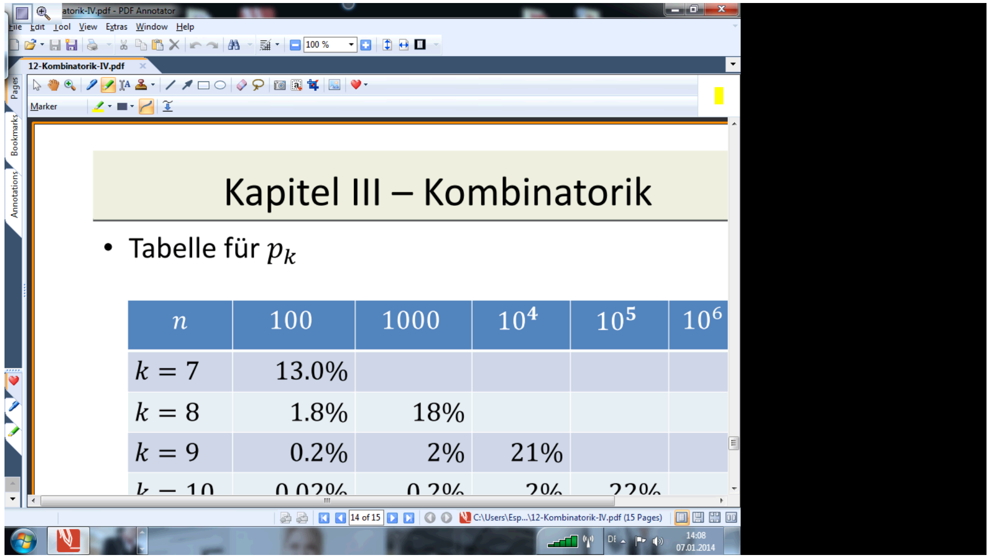
Script **generated by TTT**

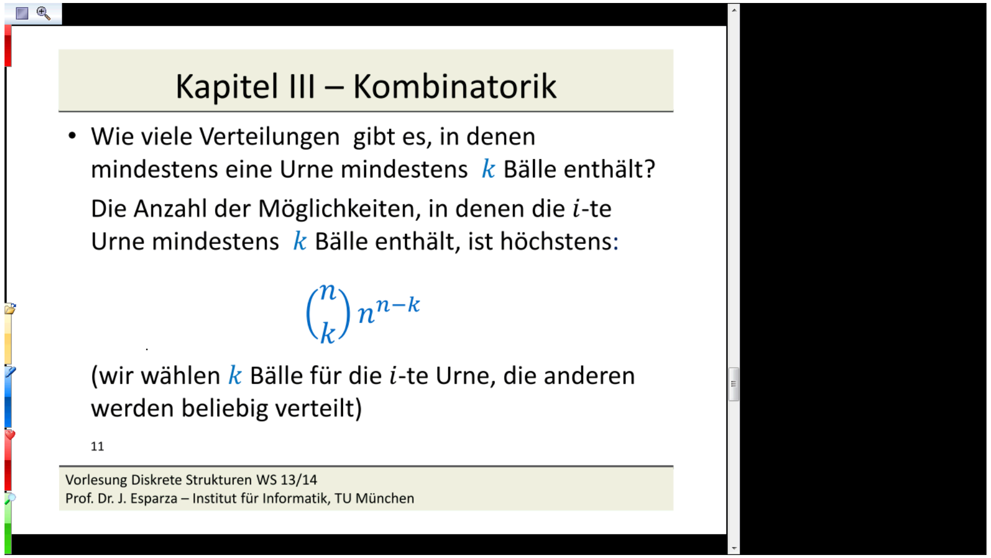
Title: Esparza: Diskrete Strukturen (07.01.2014)

Date: Tue Jan 07 14:08:22 CET 2014

Duration: 67:09 min

Pages: 44





Kapitel III – Kombinatorik

- Wie viele Verteilungen gibt es, in denen mindestens eine Urne mindestens k Bälle enthält?

  Die Anzahl der Möglichkeiten, in denen die i-te Urne mindestens k Bälle enthält, ist höchstens:

$n=7$

3

$$\binom{n}{k} n^{n-k}$$

(wir wählen k Bälle für die i-te Urne, die anderen werden beliebig verteilt)

11

Kapitel III – Kombinatorik

Sei M die Anzahl der Möglichkeiten in denen mindestens eine Urne mindestens k Bälle enthält. Es gilt:

$$M \leq n \binom{n}{k} n^{n-k}$$

(einige Möglichkeiten werden mehrmals gezählt).

Mit der Abschätzung $\binom{n}{k} \leq \left(\frac{en}{k}\right)^k$

erhalten wir

$$M \leq n \left(\frac{en}{k}\right)^k n^{n-k} \leq \left(\frac{e}{k}\right)^k n^{n+1}$$

12

Kapitel III – Kombinatorik

- Die W'keit p_k, in mindestens eine Urne mindestens k Bälle zu finden erfüllt

$$p_k = \frac{M}{n^n} \leq \left(\frac{e}{k}\right)^k n$$

- Mit $k = e \ln n$ haben wir:

$$p_{e \ln n} \leq \left(\frac{1}{\ln n}\right)^{e \ln n} n \ = n^{1 - e \ln(\ln n)}$$

13

Kapitel III – Kombinatorik

- Tabelle für p_k

n	100	1000	10^4	10^5	10^6
$k = 7$	13.0%				
$k = 8$	1.8%	18%			
$k = 9$	0.2%	2%	21%		
$k = 10$	0.02%	0.2%	2%	22%	
$k = 11$	0.002%	0.02%	0.2%	2%	21%
$k = 12$	0.0002%	0.002%	0.02%	0.2%	2%

14

Kapitel III – Kombinatorik

- Die W'keit p_k, in mindestens eine Urne mindestens k Bälle zu finden erfüllt

(5)

2,1,

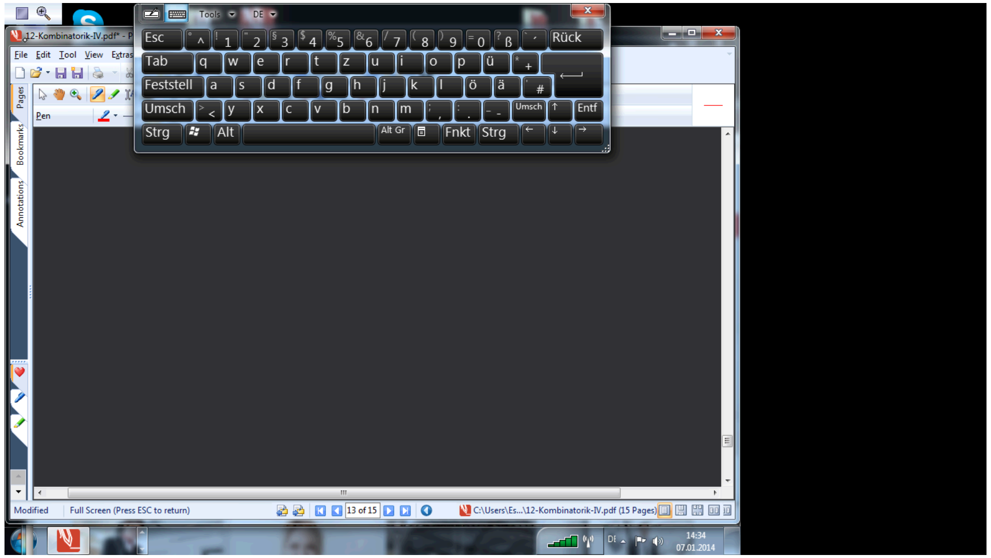
$$p_k = \frac{M}{n^n} \le \left(\frac{e}{k}\right)^k n$$

- Mit $k = \boxed{e \ln n}$ haben wir:

$\ln n$

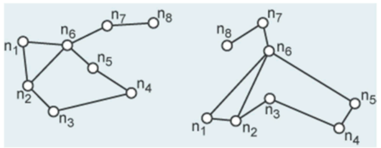
$$p_{e \ln n} \le \left(\frac{1}{\ln n}\right)^{e \ln n} n = n^{\boxed{1 - e \ln(\ln n)}} = -2 \quad \frac{1}{n^2}$$

13



Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- Was sind Graphen?
  - Graphen sind Diagramme, in denen Knoten (Punkte) durch Kanten (Linien) verbunden werden.



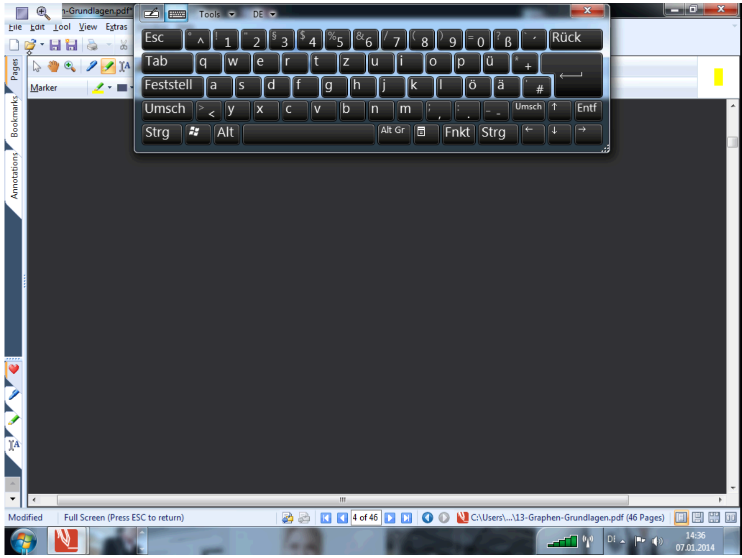
  - Hilfreich zur Darstellung von Relationen.

3

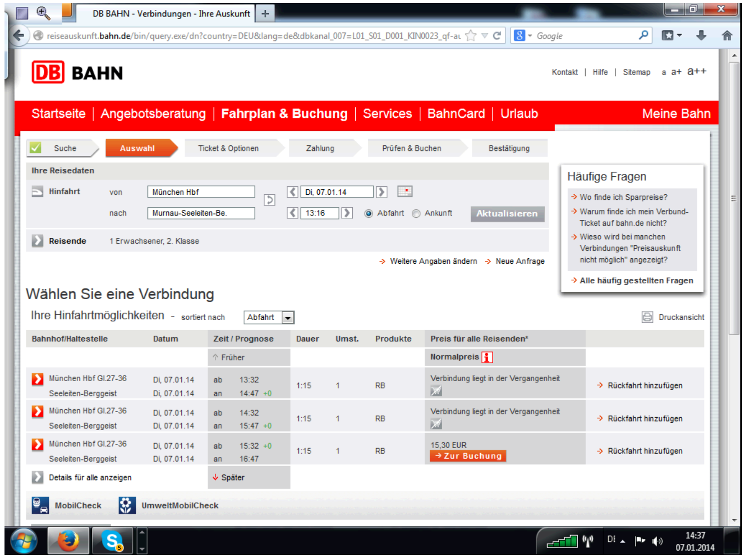
Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

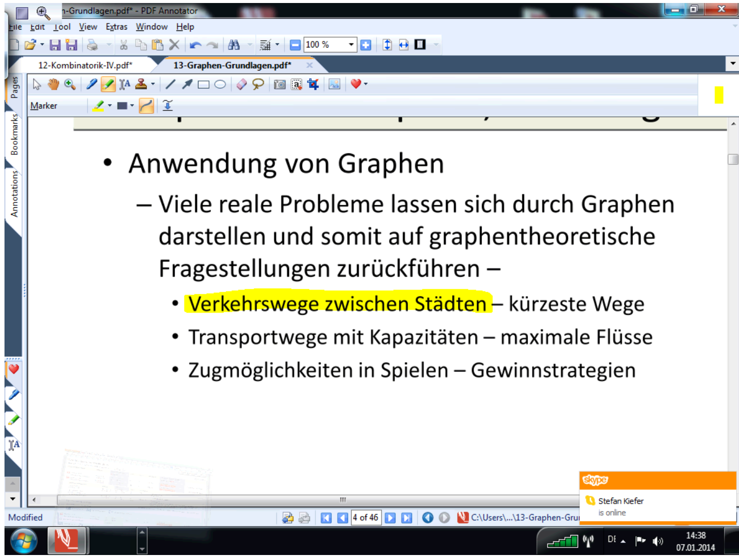
- Anwendung von Graphen
  - Viele reale Probleme lassen sich durch Graphen darstellen und somit auf graphentheoretische Fragestellungen zurückführen –
    - Verkehrswege zwischen Städten – kürzeste Wege
    - Transportwege mit Kapazitäten – maximale Flüsse
    - Zugmöglichkeiten in Spielen – Gewinnstrategien

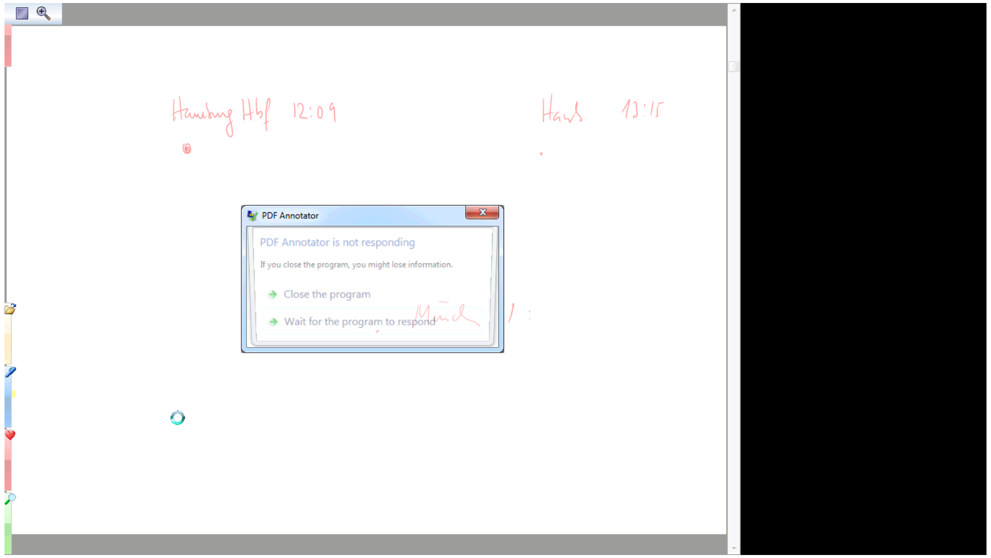
4


Esc
Tab
Feststell
Umsch
Strg
Alt
Rück
Fnkt
Entf
Full Screen (Press ESC to return)
4 of 46
C:\Users\...\13-Graphen-Grundlagen.pdf (46 Pages)
14:36
07.01.2014

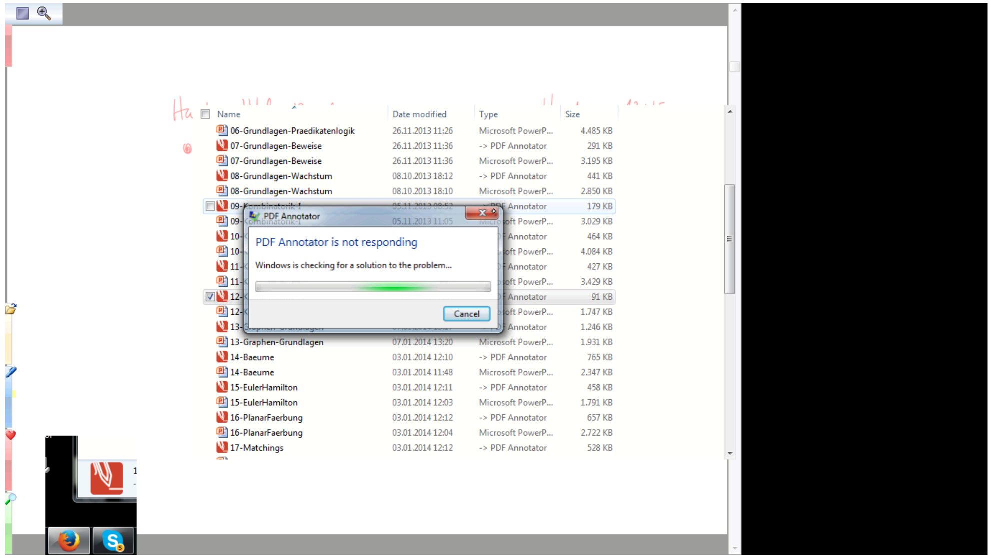

Fahrplan und Buchung
www.bahn.de/p/view/buchung/fahrplanundbuchung.shtml
DB BAHN
Startseite | Angebotsberatung | Fahrplan & Buchung | Services | BahnCard | Urlaub
Meine Bahn | Login
So bequem geht online buchen.
Informieren Sie sich über das Online-Ticket und die Vorteile.
Mehr erfahren
Auskunft
München Hbf
Suchen
Alles zur Online-Buchung
Mobile Services & Apps
Aktuelle Zuginformationen
Fahrpläne
So buchen Sie online
Umtausch & Erstattung
Meine Bahn
bahn.corporate
14:37
07.01.2014


DB BAHN - Verbindungen - Ihre Auskunft
DB BAHN
Startseite | Angebotsberatung | Fahrplan & Buchung | Services | BahnCard | Urlaub
Meine Bahn
Suche
Auswahl
Ticket & Optionen
Zahlung
Prüfen & Buchen
Bestätigung
Ihre Reisedaten
Hinfahrt
München Hbf
Murnau-Seeleiten-Be.
Aktualisieren
Reisende
1 Erwachsener, 2. Klasse
Häufige Fragen
Wählen Sie eine Verbindung
Ihre Hinfahrtmöglichkeiten
Bahnhof/Haltestelle
Datum
Zeit / Prognose
Dauer
Umst.
Produkte
Preis für alle Reisenden*
München Hbf Gl.27-36
Seeleiten-Berggeist
1:15
RB
Verbindung liegt in der Vergangenheit
Rückfahrt hinzufügen
15,30 EUR
Zur Buchung
Details für alle anzeigen
Später
MobilCheck
UmweltMobilCheck
14:37
07.01.2014

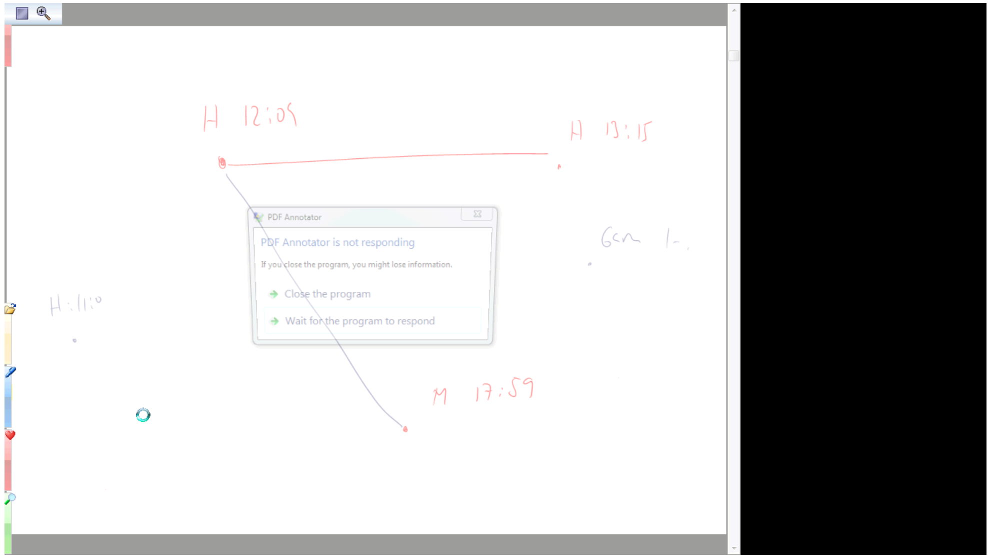

12-Kombinatorik-IV.pdf*
13-Graphen-Grundlagen.pdf*
• Anwendung von Graphen
– Viele reale Probleme lassen sich durch Graphen darstellen und somit auf graphentheoretische Fragestellungen zurückführen –
• Verkehrswege zwischen Städten – kürzeste Wege
• Transportwege mit Kapazitäten – maximale Flüsse
• Zugmöglichkeiten in Spielen – Gewinnstrategien
Stefan Kiefer
is online
4 of 46
14:38
07.01.2014



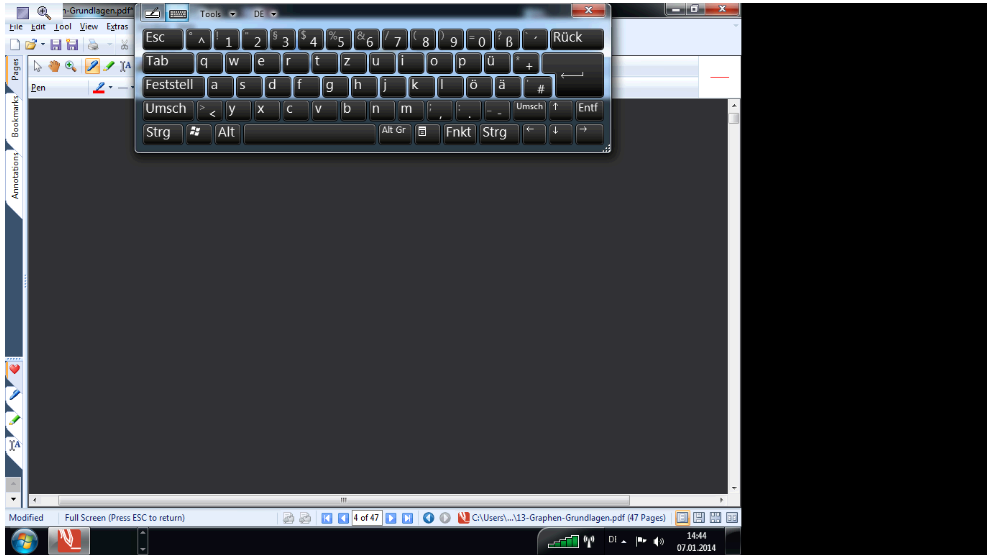
Hamburg Hbf 12:09
13:15
PDF Annotator
PDF Annotator is not responding
If you close the program, you might lose information.
Close the program
Wait for the program to respond



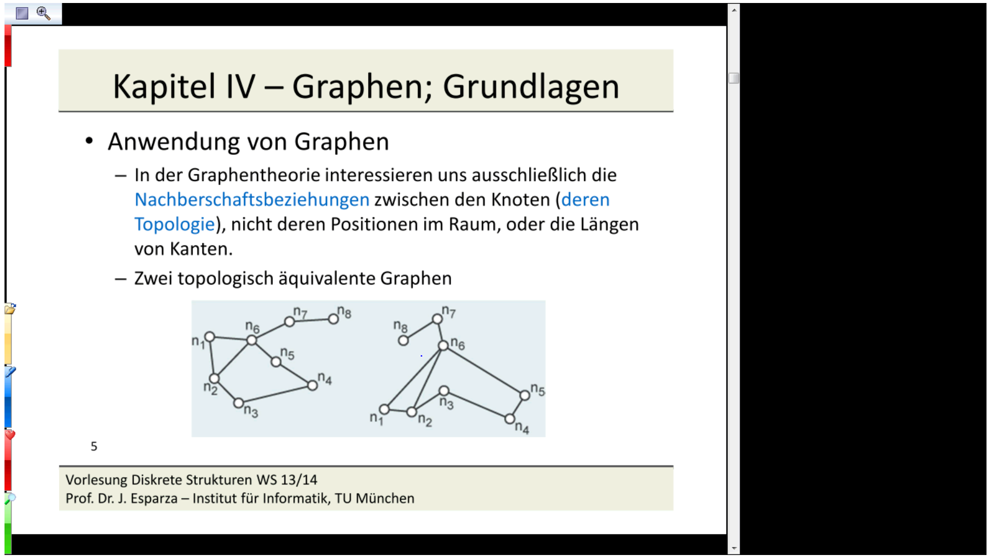
Name
Date modified
Type
Size
06-Grundlagen-Praedikatenlogik
07-Grundlagen-Beweise
08-Grundlagen-Wachstum
13-Graphen-Grundlagen
14-Baeume
15-EulerHamilton
16-PlanarFaerbung
17-Matchings
PDF Annotator
PDF Annotator is not responding
Windows is checking for a solution to the problem...
Cancel

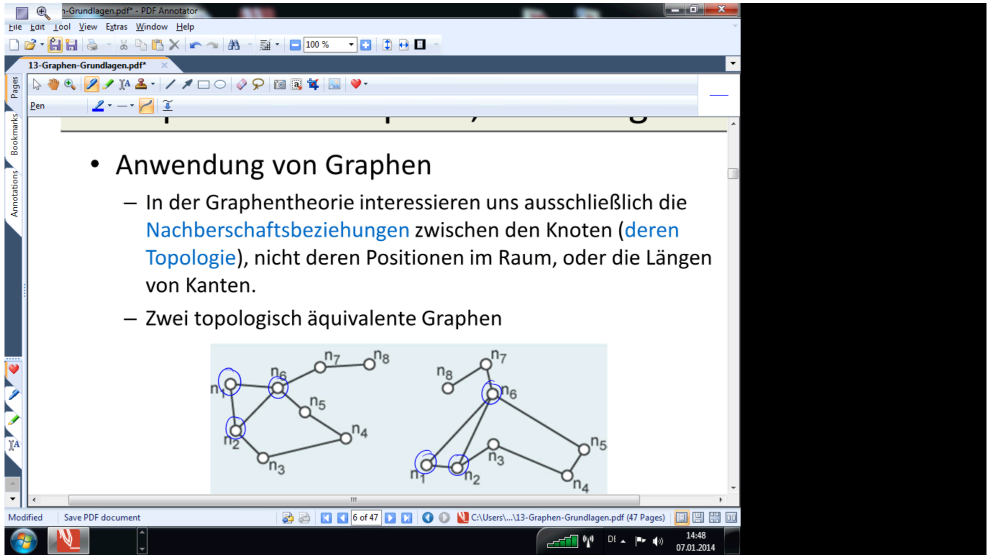


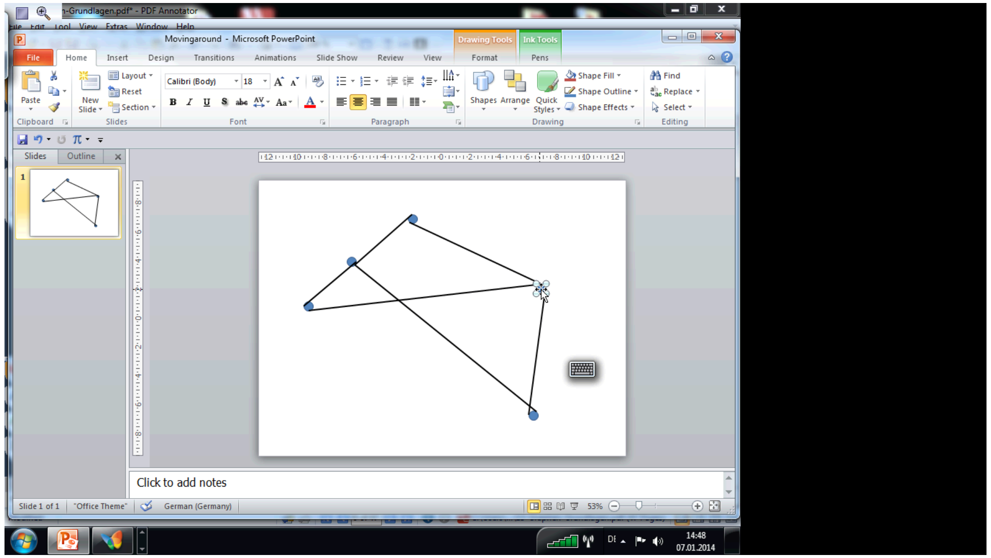
H 12:05
H 13:15
M 17:59
PDF Annotator
PDF Annotator is not responding
If you close the program, you might lose information.
Close the program
Wait for the program to respond

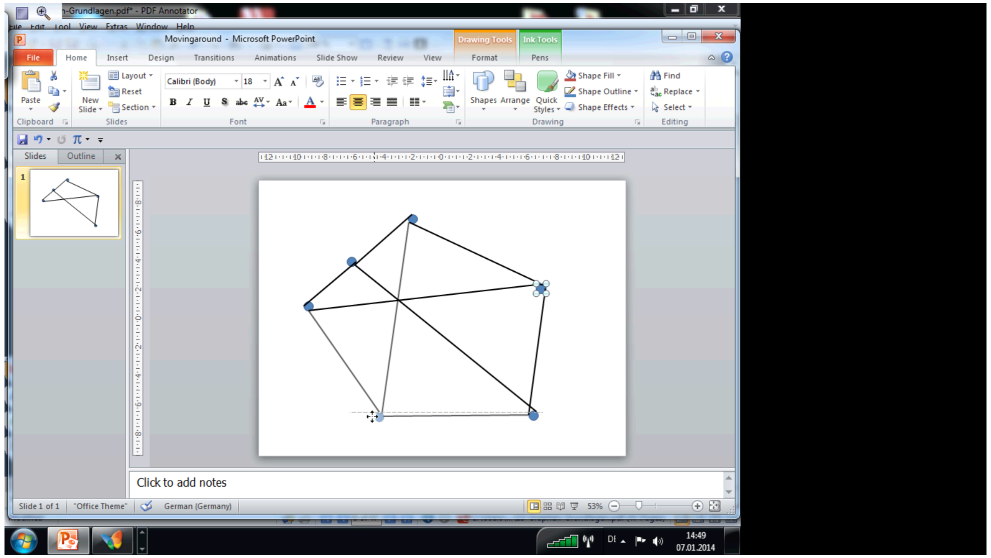


Tools
DE
Esc
Rück
Tab
Feststell
Umsch
Entf
Strg
Alt
Alt Gr
Fnkt
Modified
Full Screen (Press ESC to return)
4 of 47
C:\Users\...\13-Graphen-Grundlagen.pdf (47 Pages)
14:44
07.01.2014

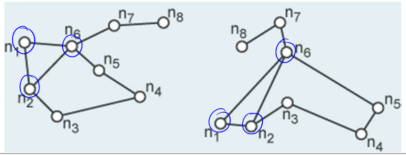

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen
• Anwendung von Graphen
– In der Graphentheorie interessieren uns ausschließlich die Nachbarschaftsbeziehungen zwischen den Knoten (deren Topologie), nicht deren Positionen im Raum, oder die Längen von Kanten.
– Zwei topologisch äquivalente Graphen
n1
n2
n3
n4
n5
n6
n7
n8
5
Vorlesung Diskrete Strukturen WS 13/14
Prof. Dr. J. Esparza – Institut für Informatik, TU München


13-Graphen-Grundlagen.pdf*
• Anwendung von Graphen
– In der Graphentheorie interessieren uns ausschließlich die Nachbarschaftsbeziehungen zwischen den Knoten (deren Topologie), nicht deren Positionen im Raum, oder die Längen von Kanten.
– Zwei topologisch äquivalente Graphen
Modified
Save PDF document
6 of 47


Movingaround - Microsoft PowerPoint
Click to add notes


Movingaround - Microsoft PowerPoint
Click to add notes

- Anwendung von Graphen
  - In der Graphentheorie interessieren uns ausschließlich die Nachberschaftsbeziehungen zwischen den Knoten (deren Topologie), nicht deren Positionen im Raum, oder die Längen von Kanten.
  - Zwei topologisch äquivalente Graphen



Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- Anwendung von Graphen
  - In der Graphentheorie interessiert uns:
    - Welcher Knoten ist mit welchen anderen verbunden?
    - Komme ich über gegebene Verbindungen von einem Knoten zu einem anderen?
    - Wieviele Verbindungen muss ich überqueren, um von einem Knoten zu einem anderen zu kommen?
    - Gibt es einen Weg der alle Knoten/Kanten genau einmal besucht?

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- (Ungerichtete) Graphen

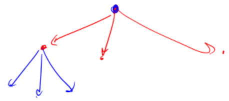
Definition: Ein (ungerichteter) Graph ist ein Paar $G = (V, E)$, wobei
- V eine Menge von Knoten oder Ecken und
- E eine Menge von 2-elementigen Untermengen aus V, genannt Kanten,

sind.

Englische Bezeichnungen: Knoten → vertex (vertices), Kante → edge

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- Anwendung von Graphen
  - Viele reale Probleme lassen sich durch Graphen darstellen und somit auf graphentheoretische Fragestellungen zurückführen –
    - Verkehrswege zwischen Städten – kürzeste Wege
    - Transportwege mit Kapazitäten – maximale Flüsse
    - Zugmöglichkeiten in Spielen – Gewinnstrategien



Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- (Ungerichtete) Graphen

  Definition: Ein (ungerichteter) Graph ist ein Paar $G = (V, E)$, wobei

  – V eine Menge von Knoten oder Ecken und

  – E eine Menge von 2-elementigen Untermengen aus V, genannt Kanten,

  sind.

  Englische Bezeichnungen: Knoten → vertex (vertices), Kante → edge

v_i v_j

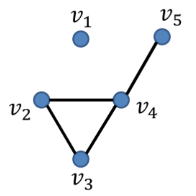
$\{v_i, v_j\}$

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- (Ungerichtete) Graphen

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

$$E = \{ \{v_2, v_3\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_4, v_5\} \}$$



Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- (Ungerichtete) Graphen

  Definition: Ein (ungerichteter) Graph ist ein Paar $G = (V, E)$, wobei

  – V eine Menge von Knoten oder Ecken und

  – E eine Menge von 2-elementigen Untermengen aus V, genannt Kanten,

  sind.

  Englische Bezeichnungen: Knoten → vertex (vertices), Kante → edge

v_i v_j

$\{v_i, v_j\}$

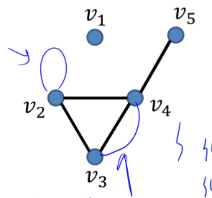
(v_i, v_j)

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- (Ungerichtete) Graphen

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

$$E = \{ \{v_2, v_3\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_4\}, \{v_4, v_5\} \}$$

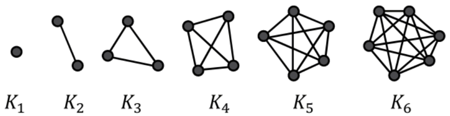


$\{ \{v_3, v_4\}, \{v_3, v_4\} \}$

$\{v_2\} = \{v_2, v_2\}$

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- Vollständige Graphen
  - In vollständigen Graphen K_n sind alle n Knoten miteinander verbunden.

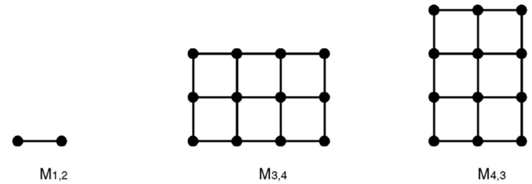


  - Antwort:

$$E = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- Gittergraphen
  - Im Gittergraph $M_{n,m}$ bilden die Knoten und Kanten einen $n \times m$ quadratischen Gitter



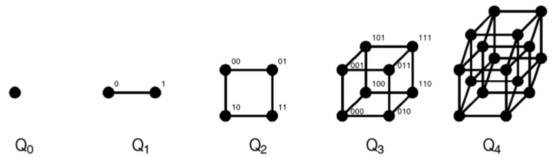
Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- (Binärer) Hyperwürfel

  Definition: Ein Graph $G = (V, E)$ heißt n-dimensionaler binärer Hyperwürfel (Q_n), falls $V = \{0,1\}^n$ und $\{v, w\} \in E$ gdw. der Hamming-Abstand zwischen v und w gleich 1 ist.
  - Der Hamming-Abstand zwischen zwei Zeichenketten mit fester Länge ist die Anzahl der unterschiedlichen Stellen.
  - Beispiel: der Hamming-Abstand zwischen 0010 und 1000 beträgt 2.

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- (Binäre) Hyperwürfel



Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- (Binärer) Hyperwürfel

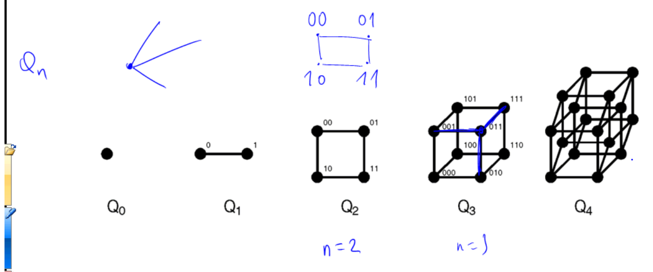
  Definition: Ein Graph $G = (V, E)$ heißt n-dimensionaler binärer Hyperwürfel (Q_n), falls $V = \{0,1\}^n$ und $\{v, w\} \in E$ gdw. der Hamming-Abstand zwischen v und w gleich 1 ist.

  – Der Hamming-Abstand zwischen zwei Zeichenketten mit fester Länge ist die Anzahl der unterschiedlichen Stellen.

  – Beispiel: der Hamming-Abstand zwischen 0010 und 1000 beträgt 2.

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- (Binäre) Hyperwürfel



Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

- Hyperwürfel

  Fakt: Der n-dimensionale Hyperwürfel Q_n hat 2^n Knoten und $n \cdot 2^{n-1}$ Kanten.

  Anzahl der Kanten:

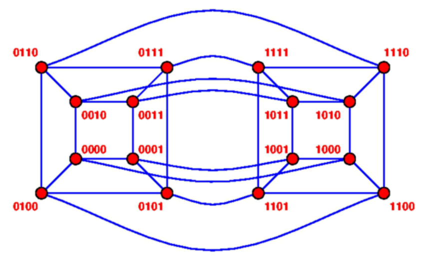
  – Es gibt 2^n Knoten

  – Jeder Knoten ist Endknoten von n Kanten.

  – Das Produkt $n \cdot 2^n$ zählt jede Kante zweimal.

Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

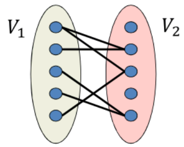
- Q_4: 4-dimensionaler Hyperwürfel

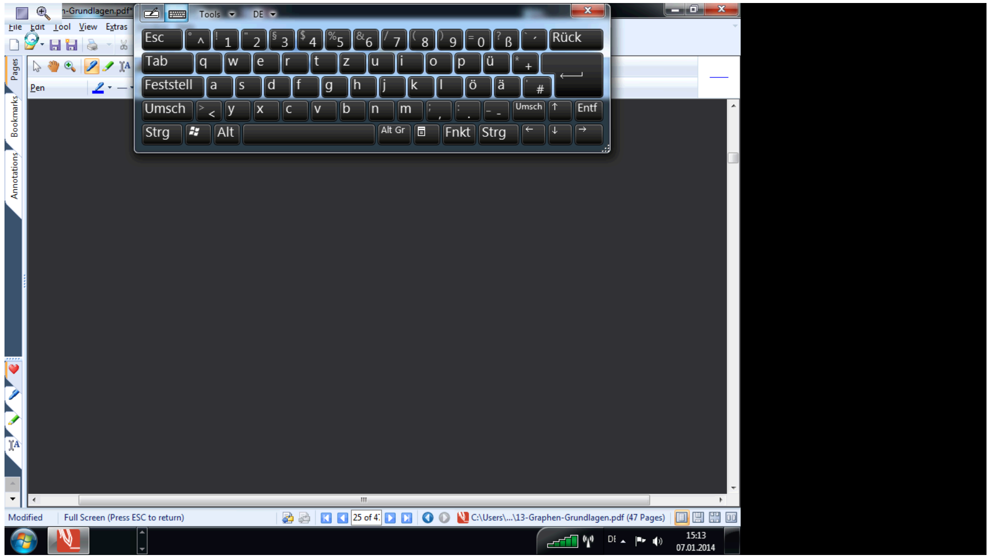


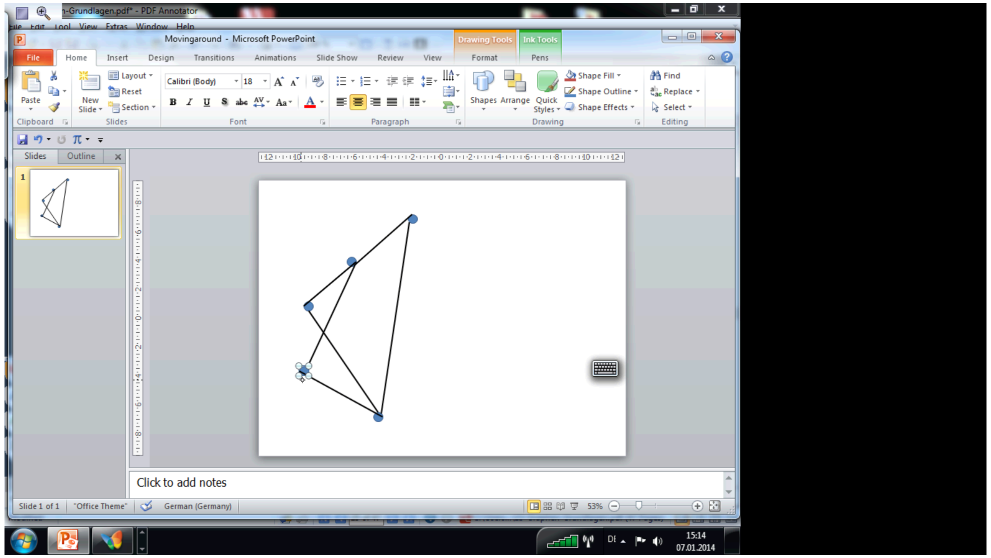
Kapitel IV – Graphen; Grundlagen

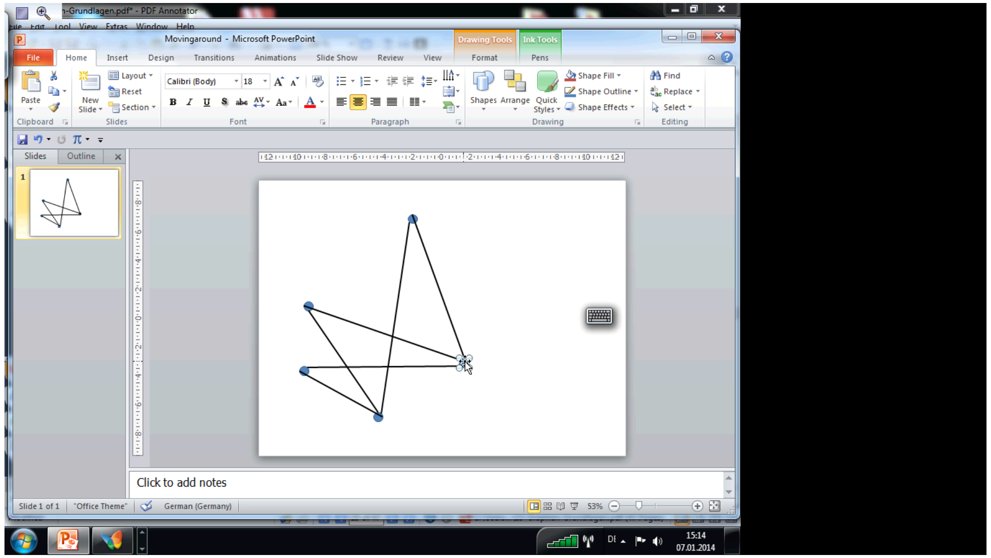
- Bipartite Graphen

  Definition: Ein Graph $G = (V, E)$ heißt bipartit, wenn es eine Partitionierung V_1, V_2 von V gibt $(V = V_1 \cup V_2$ und $V_1 \cap V_2 = \emptyset)$ so dass für alle $\{v_1, v_2\} \in E$ gilt: $v_1 \in V_1$ und $v_2 \in V_2$ oder $v_1 \in V_2$ und $v_2 \in V_1$.









- Bipartite Graphen

Definition: Ein Graph $G = (V, E)$ heißt bipartit, wenn es eine Partitionierung V_1, V_2 von V gibt ($V = V_1 \cup V_2$ und $V_1 \cap V_2 = \emptyset$) so dass für alle $\{v_1, v_2\} \in E$ gilt: $v_1 \in V_1$ und $v_2 \in V_2$ oder $v_1 \in V_2$ und $v_2 \in V_1$.